

## Streszczenie

Pierwsza część rozprawy koncentruje się na uogólnieniu lub rozszerzeniu wyników W. Fechnera i E. Gselmann (Publ. Math. Debrecen 80/1-2 (2012), 143-154, <https://doi.org/10.5486/PMD.2012.4970>) na nowe klasy równań funkcyjnych i wyznaczanie ich rozwiązań. Ponieważ nie zakłada się żadnej regularności, okazuje się, że przy pewnych łagodnych założeniach dotyczących parametrów pary funkcji spełniające nowe klasy równań funkcyjnych są funkcjami wielomianowymi, a w niektórych kluczowych przypadkach zwykłymi wielomianami. Pomysł zbadania tych uogólnionych równań był motywowany rosnącą liczbą jego poszczególnych form badanych przez niektórych matematyków.

Kilkoro matematyków próbowało rozwiązać równania charakteryzujące funkcje wielomianowe na dziedzinach ograniczonych; dlatego w tym duchu druga część rozprawy koncentruje się na znalezieniu lokalnych funkcji wielomianowych wynikających z tych nowych klas równań funkcyjnych.

Na koniec opracowujemy solidny kod komputerowy oparty na uzyskanych wynikach teoretycznych w celu określenia wielomianowych rozwiązań tych uogólnionych równań. Główną motywacją do napisania takiego kodu komputerowego jest to, że rozwiązanie nawet prostych równań należących do tych klas wymaga długich i męczących obliczeń. Dlatego jedną z zalet takiego kodu komputerowego jest to, że pozwala nam szybko, łatwo i skutecznie rozwiązywać skomplikowane problemy. Dodatkowo kod komputerowy znacznie poprawia poziom dokładności obliczeń. Do tego dochodzi czynnik prędkości. Zwracamy uwagę, że kod komputerowy będzie operował obliczeniami symbolicznymi zapewnianymi przez język programowania Python, co oznacza, że nie zawiera żadnych metod numerycznych ani przybliżonych i daje dokładne rozwiązania rozważanych równań. Przyznajemy, że niektórzy matematycy rozważali wcześniej użycie kodów komputerowych do rozwiązywania równań funkcyjnych. Jednak w swoich pracach wykorzystali Maple jako narzędzie programistyczne do uzyskania wyników. Maple jest mniej elastyczny w użyciu i stanowi tylko niewielką część akademickiej społeczności naukowej. Mając na uwadze, że w naszej pracy osiągnęliśmy nasze wyniki przy użyciu języka programowania Python, zaprojektowanego tak, aby był łatwo czytelnym, wysoce wszechstronnym, otwartym kodem źródłowym ogólnego przeznaczenia, zapewniającym solidność i ułatwiającym wdrażanie twierdzeń w kontekście obliczeniowym i symbolicznym.

**Słowa kluczowe:** Równania funkcyjne, Funkcje wielomianowe, Zbiory absolutnie wypukłe, Wnętrze algebraiczne, Operator Fréchet’a, Funkcje jednomianowe, Ciągłość funkcji jednomianowych, Wspomaganie komputerowe metody, Python, Sagemath.