RECENZJA ROZPRAWY DOKTORSKIEJ MGRA MAWUNYO KPFI DARKEY-MENSAH ZATYTUŁOWANEJ „ALGORITHMS FOR QUADRATIC FORMS OVER GLOBAL FUNCTION FIELDS", NAPISANEJ POD KIERUNKIEM DRA HAB. PRZEMYSŁAWA KOPROWSKIEGO

Głównym celem rozprawy jest zaprezentowanie narzędzi obliczeniowych dla pewnych problemów z zakresu algebry. Większość przedstawionych algorytmów jest związana z formami kwadratowymi nad ciałem globalnym (charakterystyki różnej od 2). Zagadnienie to jest powiązane z rozkładem ideałów ułamkowych w pierścieniu funkcji wielomianowych globalnego ciała funkcyjnego. Algorytmy rozwiązywania tego problemy także zostały w rozprawie zawarte.

We wstępie do pracy wymieniono 7 problemów, z których każdy ma istotne znaczenie w algebrze. Rozprawa przedstawia 22 algorytmy obliczeniowe do rozwiązywania tych problemów. Dowody poprawności tych algorytmów wymagają szerokiej wiedzy z różnych działów algebry. Niezbędne podstawy matematyczne zostały zawarte w rozdziale 2.

Rozdział 3. rozprawy jest poświęcony algorytmom rozkładu ideałów. Algorytmy 1–3 służą do rozkładów różnych typów ideałów. Ostatecznie algorytm 4. łączy wcześniejsze algorytmy w celu uzyskania pełnego rozkładu zadanego ideału.

Rozdział 4. dotyczy obliczania wielu niezmienników form kwadratowych. Wspomniane niezmienniki to: izotropowość, hiperboliczność, indeks Witta oraz podobieństwo. Dla każdego z tych niezmienników autor podaje stosowny algorytm (algorytmy 5–13).

Rozdział 5. jest poświęcony wyznaczaniu części anizotropowej formy kwadratowej. Twierdzenie Witta o rozkładzie zapewnia, że każda niezdegenerowana forma kwadratowa może rozkłada się na sumę prostą ortogonalną formy anizotropowej i formy hiperbolicznej. Algorytmy 14–17 dostarczają metod obliczeniowych wyznaczania części anioztropowych form w określonych przypadkach.

Ostatecznie, w rozdziale 6. autor przedstawia algorytmy obliczania długości sumy kwadratów. Jest to długość najkrótszego przedstawienia danego elementu jako sumy kwadratów w ustalonym globalnym ciele funkcyjnym. Pierwszym krokiem (algorytm 18.) jest wyznaczenie tej długości lokalnie (tj. względem zadanego punktu). Następnie używa się zasady lokalno–globalnej aby wyznaczyć tę długość globalnie, co jest zrobione w algorytmie 19. Pozostałe algorytmy wyznaczają inne istotne własności ciał, takie jak indeks Pfistera (ang. *level*), liczbę Pitagorasa czy też element Pitagorasa globalnego ciała funkcyjnego.

Atutem rozprawy jest to, że dla każdego problemu, autor pokazuje przykład ilustrujący krok po kroku działanie stosownego algorytmu.

Wyniki przedstawione w rozprawie są istotne i stanowią znaczący wkład do algebry obliczeniowej. Praca pokazuje, że autor posiadł szeroką wiedzę z różnych działów matematyki. Co więcej, wyniki rozprawy mają duży potencjał rozwojowy do dalszych badań. W związku z powyższym postuluję przyjęcie rozprawy.

W opini niżej podpisanego, rozprawa spełnia warunki Art. 187 ust. 1–3 Ustawy z dnia 20 lipca 2018 r. Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce (Dz. U. z 2022 r. poz. 574 ze zm.).

Tomasz Kowalczyk