

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr. Katarzyny Miś *Uogólnione schematy i reguły wnioskowania w logice rozmytej*

1 Ogólna charakterystyka pracy i uzyskane wyniki

W rozprawie rozpatrywane jest wnioskowanie przybliżone (ang. approximate reasoning) oparte na zbiorach rozmytych. Praca opiera się na analizie schematów wnioskowania, które pochodzą z logiki klasycznej, ale przez wykorzystanie zbiorów rozmytych dotyczy wnioskowania przybliżonego. Schematy stanowiące podstawę badań w rozprawie są następujące – sylogizm hipotetyczny, modus tolendo tollens, prawo redukcji do absurdu oraz modus ponendo ponens. W pracy omówiono każde z wymienionych schematów wnioskowania. Przeanalizowano równania i nierówności funkcyjne z nich uzyskane oraz scharakteryzowano te nierówności przy ustalonej funkcji.

Układ rozprawy jest następujący. Po przedstawieniu najważniejszych pojęć z teorii zbiorów rozmytych (Rozdział 1), omawiono główne założenia wnioskowania przybliżonego (Rozdział 2).

Główne wyniki pracy zawarte są w Rozdziałach 3-6, gdzie rozważane są wspomniane równania i nierówności funkcyjne przy ustalonej funkcji, np. t-normy T lub semikopuły C , czy innego uogólnienia klasycznej koniunkcji. Prezentowane są rozwiązania dla wybranych rodzin implikacji rozmytych (R-implikacji, (S,N)-implikacji, implikacji Yagera czy implikacji probabilistycznych).

Rozdział 3 został poświęcony sylogizmowi hipotetycznemu, a dokładniej rozwiązaniom następujących równań i nierówności:

$$I(x, y) = \sup_{z \in [0,1]} (T(I(x, z), I(z, y))), \quad x, y, z \in [0, 1],$$

$$I_2(x, y) = \inf_{z \in [0,1]} I_1(C(x, z), C(z, y)), \quad x, y, z \in [0, 1]$$

oraz

$$T(I(x, z), I(z, y)) \leq I(x, y), \quad x, y, z \in [0, 1],$$

gdzie I, I_1, I_2 są implikacjami rozmytymi.

Rozdział 4 zawiera wyniki dotyczące rozwiązań nierówności oraz równań funkcyjnych związanych ze schematem modus ponens:

$$T(x, I(x, y)) \leq y, x, y \in [0, 1],$$

$$y = \sup_{x \in [0, 1]} C(x, I(x, y)), y \in [0, 1],$$

$$y = \inf_{x \in [0, 1]} I(x, C(x, y)), y \in [0, 1].$$

W Rozdziale 5 znalazły się analogiczne fakty związane ze schematem modus tollens:

$$T(N(y), I(x, y)) \leq N(x), x, y \in [0, 1],$$

$$N(x) = \sup_{y \in [0, 1]} T(N(y), I(x, y)), x \in [0, 1],$$

$$N(x) = \inf_{y \in [0, 1]} I(N(y), T(x, y)), x \in [0, 1],$$

gdzie N jest negacją rozmytą.

Natomiast w Rozdziale 6 opisane zostały rozwiązania nierówności i równań funkcyjnych związanych z prawem redukcji do absurdu:

$$T(N(y), I(N(x), y)) \leq x, x, y \in [0, 1],$$

$$x = \sup_{y \in [0, 1]} T(N(y), I(N(x), y)), x \in [0, 1],$$

$$x = \inf_{y \in [0, 1]} I(N(y), T(N(x), y)), x \in [0, 1].$$

W Rozdziale 7 przedstawiono uwagi dotyczące możliwych innych równań funkcyjnych uzyskanych przy różnych kombinacjach reguł wnioskowania i relacji rozmytych.

Ostatni Rozdział 8 został poświęcony metodzie wnioskowania opartej na podobieństwie. Podane też zostały pewne uwagi dotyczące dwóch głównych strategii wnioskowania: FITA (ang. First Infer Then Aggregate) i FATI (ang. First Aggregate Then Infer).

Podsumowują w pracy zostały zbadane 4 nierówności oraz 8 równań funkcyjnych, dla których zostały wskazane także inne możliwe poboczne równania.

2 Komentarze i uwagi

Rozpatrywane w rozprawie wnioskowanie przybliżone oparte na zbiorach rozmytych znajduje zastosowanie w takich dziedzinach nauki jak: teoria decyzji, analiza ryzyka, sterowanie rozmyte czy eksploracja danych, co zwiększa rangę prezentowanych w pracy wyników z punktu widzenia ich potencjalnych zastosowań.

W pracy omówiono każdy z wymienionych wcześniej schematów wnioskowania, czyli sylogizm hipotetyczny, modus tolendo tollens, prawo redukcji do absurdu oraz modus ponendo ponens. Przeanalizowano równania i nierówności funkcyjne z nich uzyskane. Aczkolwiek największa część rozprawy została poświęcona sylogizmowi hipotetycznemu, a w konsekwencji równaniu (CRI-GHS). Ponadto, znaczna część wyników skupia się wokół R-implikacji oraz (S,N)-implikacji. Dla implikacji Yagera podano tylko częściowe rezultaty. Natomiast rodzina implikacji probabilistycznych została jedynie wspomniana. Ale

mgr. K. Miś jest świadoma tego, że te rodziny wymagają uzupełnienia w trakcie dalszych badań nad analizowanymi w rozprawie równaniami funkcyjnymi. Wskazuje także kolejne kierunki badań związane z iloczynem Bandlera-Kohouta, czy strategiami FITA i FATI w kontekście różnych schematów wnioskowania (nie tylko uogólnionego modus ponens) oraz różnych operatorów agregujących, co dowodzi dojrzałości naukowej autorki rozprawy.

Praca napisana jest starannie, a wyniki w niej przedstawione świadczą o szerokiej wiedzy kandydatki z poruszanej tematyki. Wartość merytoryczną pracy potwierdza fakt opublikowania części przedstawionych wyników w indeksowanych materiałach konferencyjnych i rozdziałach w monografiach wydanych przez renomowane wydawnictwa.

W pracy znalazłam kilka niejasności i mam kilka uwag redakcyjnych, np.

- str. 13 - czy nie potrzeba w Definicji 1.12 warunku rozdzielnosci * względem \wedge i założenia o izotoniczności *?
- str. 16¹² i 20⁶ - nierówności " $<$ " powinny być zastąpione przez " \leq ";
- str. 38₄ - brak w pracy Stwierdzenia 3.18;
- str. 41³ - zwrot "uzasadniliśmy genezę" wydaje się być niepoprawnym;
- str. 41-42 - wzory (HS), (MP), (MT) i (RA) są powtórzone ze strony 7 i później wielokrotnie, ale to zapewne dla przejrzystości pracy;
- str. 94 - w FITA i FATI wydaje się, że "m" powinno być zastąpione przez "n", ze względu na oznaczenia na str. 93;
- str. 97 - w Przykładzie 8.5 (i) wydaje się konieczne użycie "sup" zamiast "max", a w (ii) "inf" zamiast "min";
- str. 97 - w dowodzie Stwierdzenia 8.6 lepiej byłoby użyć innej litery dla oznaczenia zbioru rozmytego zamiast X - kolizja oznaczeń;
- str. 96-97 - kolizja oznaczeń dla funkcji dopasowania z oznaczeniem funkcji semantycznych na str. 33.

Powyższe uwagi i kilka literówek nie wpływają na wysoką wartość merytoryczną pracy.

Reasumując rozprawa jest cennym wkładem do teorii zbiorów rozmytych i wnioskowania przybliżonego.

3 Konkluzja

Magister Katarzyna Miś wykazała się zdolnością rozwiązywania zaawansowanych problemów w dyscyplinie matematyka oraz napisania i zredagowania obszernego opracowania na wysokim poziomie. Recenzowana praca jak najbardziej spełnia ustawowe warunki stawiane rozprawom doktorskim. Wnoszę więc o dopuszczenie mgr. Katarzyny Miś do dalszych etapów przewodu doktorskiego. Ponadto wnioskuję o wyróżnienie tej pracy z racji na całościowe potraktowanie problemu wnioskowania przybliżonego, przejrzystości rozprawy i dobrego poziomu wyników.

Tękała Baban