



Przechodząc z wartościami zbiorów rozmytych na cały odcinek  $[0, 1]$  otrzymujemy następujące równania funkcyjne:

$$y = \sup_{x \in [0,1]} T(x, I(x, y)), \quad (\text{CRI-GMP})$$

$$y = \inf_{x \in [0,1]} I(x, T(x, y)), \quad (\text{BK-GMP})$$

które powinny być spełnione dla wszystkich  $y \in [0, 1]$ .

W pracy, oprócz powyższych równań, badamy także uogólnienia trzech innych klasycznych schematów wnioskowania:

(i) sylogizmu hipotetycznego

$$\frac{A \rightarrow B \wedge B \rightarrow C}{\therefore A \rightarrow C}$$

(ii) schematu modus tollens

$$\frac{A \rightarrow B \wedge \neg B}{\therefore \neg A}$$

(iii) prawa redukcji do absurdu

$$\frac{\neg A \rightarrow B \wedge \neg B}{\therefore A}$$

Dla tych schematów wnioskowania zastosowanych do naszych dwóch reguł wnioskowania (CRI i BKS) otrzymujemy kolejno poniższe równania funkcyjne:

$$I(x, y) = \sup_{z \in [0,1]} (T(I(x, z), I(z, y))), \quad x, y \in [0, 1], \quad (\text{CRI-GHS})$$

$$I_2(x, y) = \inf_{z \in [0,1]} I_1(T(x, z), T(z, y)), \quad x, y \in [0, 1], \quad (\text{BK-GHS})$$

$$N(x) = \sup_{y \in [0,1]} T(N(y), I(x, y)), \quad x \in [0, 1], \quad (\text{CRI-GMT})$$

$$N(x) = \inf_{y \in [0,1]} I(N(y), T(x, y)), \quad x \in [0, 1], \quad (\text{BK-GMT})$$

$$x = \sup_{y \in [0,1]} T(N(y), I(N(x), y)), \quad x \in [0, 1], \quad (\text{CRI-GRA})$$

$$x = \inf_{y \in [0,1]} I(N(y), T(N(x), y)), \quad x \in [0, 1], \quad (\text{BK-GRA})$$

gdzie  $T$  jest t-normą,  $I, I_1, I_2$  są implikacjami rozmytymi, a  $N$  jest negacją rozmytą. Ponadto, rozważamy także następujące nierówności funkcyjne, otrzymane dzięki działaniom kratowym w algebrze Boole'a, a dalej rozszerzając je na spójniki rozmyte:

$$T(x, I(x, y)) \leq y, \quad x, y \in [0, 1], \quad (\text{MP})$$

$$T(I(x, z), I(z, y)) \leq I(x, y), \quad x, y, z \in [0, 1], \quad (\text{HS})$$

$$T(N(y), I(x, y)) \leq N(x), \quad x, y \in [0, 1], \quad (\text{MT})$$

$$T(N(y), I(N(x), y)) \leq x, \quad x, y \in [0, 1]. \quad (\text{RA})$$

Dotychczas badania były prowadzone głównie dla uogólnionego schematu modus ponens (zob. [7]), sylogizmu hipotetycznego (pierwsze badania pod koniec ubiegłego wieku, zob. [4]) oraz nierówności (HS), (MP), (MT), (RA) (zob. [8]).

Układ rozprawy jest następujący. Po przedstawieniu najważniejszych pojęć w teorii zbiorów rozmytych (Rozdział 1), omawiamy główne założenia wnioskowania przybliżonego (Rozdział 2). W głównej części rozprawy rozważamy wspomniane równania i nierówności funkcyjne przy

ustalanej jednej funkcji – najczęściej t-normy  $T$  (lub semikopuły, czy innego uogólnienia klasycznej koniunkcji). Prezentujemy zatem rozwiązania dla wybranych rodzin implikacji rozmytych. Rozdział 3 został poświęcony sylogizmowi hipotetycznemu, a dokładniej rozwiązaniom (CRI-GHS), (BK-GHS) oraz (HS), a także wybranym algebraicznym własnościom złożenia  $\text{sup} - T$ . Rozdział 4 zawiera wyniki dotyczące rozwiązań (CRI-GMP), (BK-GMP) oraz (MP). W Rozdziale 5 znalazły się analogiczne fakty dotyczące (CRI-GMT), (BK-GMT) oraz (MT). W Rozdziale 6 opisane zostały rozwiązania (CRI-GRA), (BK-GRA) oraz (RA). W krótkim Rozdziale 7 przedstawiamy uwagi dotyczące możliwych innych równań funkcyjnych uzyskanych przy różnych kombinacjach reguł wnioskowania i relacji rozmytych. Ostatni Rozdział 8 został poświęcony innej metodzie wnioskowania – wnioskowaniu opartemu na podobieństwie. Podane też zostały pewne uwagi dotyczące dwóch głównych strategii wnioskowania FITA (*First Infer Then Aggregate*) i FATI (*First Aggregate Then Infer*) w kontekście uzyskanych wyników.

Część z rezultatów przedstawionych w pracy doktorskiej została już opublikowana w recenzowanych artykułach konferencyjnych powstałych we współpracy z M. Baczyńskim i P. Helbinem [3, 6] oraz opracowanych z M. Baczyńskim [1, 5].

## Literatura

- [1] M. Baczyński and **K. Miś**. Selected Properties of Generalized Hypothetical Syllogism Including the Case of R-implications. In J. Medina et al., editor, *Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems. Theory and Foundations*, volume 853, pages 673–684. Springer, 2018.
- [2] W. Bandler and L. Kohout. Semantics of implication operators and fuzzy relational products. *Int. J. Man-Machines Studies*, pages 89–116, 1980.
- [3] P. Helbin, **K. Miś**, and M. Baczyński. Some Remarks on Generalized Hypothetical Syllogism and Yager’s Implication. In R. Halaš, M. Gagolewski, and R. Mesiar, editors, *New Trends in Aggregation Theory*, pages 129–139. Springer International Publishing, 2019.
- [4] G. J. Klir and B. Yuan. *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications*. Prentice Hall, New Jersey, 1995.
- [5] **K. Miś** and M. Baczyński. Different Forms of Generalized Hypothetical Syllogism with Regard to R-Implications. In L. Rutkowski et al., editor, *Artificial Intelligence and Soft Computing*, volume 11508, pages 304–313. Springer, 2019.
- [6] **K. Miś**, M. Baczyński, and P. Helbin. Some Remarks on the Generalized Scheme of Reduction to Absurdity and Generalized Hypothetical Syllogism in Fuzzy Logic. In *2019 Conference of the International Fuzzy Systems Association and the European Society for Fuzzy Logic and Technology (EUSFLAT 2019)*, pages 423–429. Atlantis Press, 2019.
- [7] E. Trillas, C. Alsina, and A. Pradera. On MPT-implication functions for fuzzy logic. *Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fís. Nat. Ser. A Math. RACSAM.*, 98(1):259–271, 2004.
- [8] E. Trillas, C. Alsina, and E. Renedo. On some schemes of reasoning in fuzzy logic. *New Math. Nat. Comput.*, 7(3):433–451, 2011.
- [9] L. A. Zadeh. Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes. *IEEE Trans. on Syst. Man and Cyber.*, 3:28–44, 1973.