

Recenzja rozprawy doktorskiej

**mgr Katarzyny Miś**

pt. **Uogólnione schematy i reguły wnioskowania w logice rozmytej**

Promotor: prof. dr hab. Michał Baczyński

Niniejsza recenzja została napisana w odpowiedzi na pismo Dyrektora Instytutu Matematyki Wydziału Nauk Ścisłych i Technicznych Uniwersytetu Śląskiego, prof. dr hab. Katarzyny Horbacz, skierowane do mnie w wyniku decyzji Rady Naukowej Instytutu Matematyki z dnia 3. marca 2020 r., powołującej mnie na recenzenta rozprawy doktorskiej w przewodzie doktorskim mgr Katarzyny Miś.

## 1 Tematyka rozprawy

Niepewność, traktowana przed wiekami jako swego rodzaju ułomność, dzięki rozwojowi nauki znalazła przy należne jej miejsce w refleksji nad światem i zaczęła być postrzegana już nie tylko jako zło konieczne, ale jako szansa i wyzwanie. Oprócz wymiernych efektów o wymiarze praktycznym, owocem tej przemiany było narodzenie się i rozwój nowych dyscyplin i teorii, by wspomnieć teorię prawdopodobieństwa, statystykę, teorię Dempstera-Shafera, teorię zbiorów rozmytych, teorię zbiorów przybliżonych itd.

Jedną z form niepewności jest brak precyzji. Teoria zbiorów rozmytych oraz logika rozmyta, zapoczątkowane przez L.A. Zadeha, okazały się niezwykle interesującym systemem pojęciowym, pozwalającym na efektywnie modelowanie matematyczne nieprecyzyjnych obiektów i relacji oraz wnioskowanie w warunkach braku precyzji.

Recenzowana rozprawa jest poświęcona uogólnieniom czterech klasycznych schematów wnioskowania (*modus ponens*, *sylogizmu hipotetycznego*, *modus tollens* i *redukcji do absurdu*), które wzbogacone o rozmyte modelowanie nieprecyzyjności stają się regułami wnioskowania przybliżonego, o ciekawych własnościach teoretycznych i dużym potencjale aplikacyjnym.

## 2 Struktura rozprawy

Na liczącą 106 stron rozprawę składa się wstęp, osiem zasadniczych rozdziałów, zakończenie, spis oznaczeń oraz bibliografia zawierająca 46 pozycji. We wstępie Doktorantka przedstawiła pokrótce tematykę i cel rozprawy oraz streściła zawartość poszczególnych rozdziałów. W rozdziale 1 wprowadziła podstawowe pojęcia z zakresu struktur kratowych oraz spójników i relacji rozmytych. Rozdział drugi zawiera krótkie wprowadzenie do wnioskowania przybliżonego. Pokazano w nim również, w jaki sposób schematy wnioskowania można powiązać z nierównościami i równaniami funkcyjnymi, zarysowując w ten sposób metodę konstrukcji uogólnionych reguł wnioskowania, aplikowaną w kolejnych rozdziałach do konkretnych schematów.

I tak, w rozdział 3, dotyczącym sylogizmu hipotetycznego, Autorka bada rozwiązania nierówności

$$T(I(x, z), I(z, y)) \leq I(x, y), \quad \text{dla } x, y, z \in [0, 1] \quad (\text{HS})$$

oraz następujących równań funkcyjnych

$$I(x, y) = \sup_{x \in [0,1]} T(I(x, z), I(z, y)), \quad \text{dla } x, y \in [0, 1], \quad (\text{CRI-GHS})$$

$$I(x, y) = \inf_{x \in [0,1]} J(T(x, z), T(z, y)), \quad \text{dla } x, y \in [0, 1], \quad (\text{BK-GHS})$$

dla ustalonej t-normy  $T$  (lub semikopuły bądź innego uogólnienia klasycznej koniunkcji) oraz implikacji rozmytych  $I, J$ , należących do wybranych rodzin (np.  $R$ -implikacji,  $(S, N)$ -implikacji, implikacji Yagera czy implikacji probabilistycznych).

Kolejne rozdziały, tj. 4, 5 i 6, zawierają rozważania podobne do przedstawionych w rozdziale 3, tyle że w odniesieniu do nierówności i równań funkcyjnych właściwych, odpowiednio, schematowi modus ponens, regule modus tollens i prawu redukcji do absurdu.

Rozdział 7 zawiera kilka uwag dotyczących innych niż rozważane wcześniej równań funkcyjnych, które można uzyskać dla różnych kombinacji reguł wnioskowania i relacji rozmytych. Natomiast w rozdziale ósmym Doktorantka uzupełniła wcześniejsze rozważania na temat wnioskowania przybliżonego o kilka uwag odnoszących się do agregacji oraz relacji podobieństwa.

### 3 Ocena rozprawy

Jak widać z przedstawionego opisu, głównym przedmiotem badań prowadzonych przez mgr Katarzynę Miś była analiza rozwiązań czterech nierówności oraz ośmiu równości funkcyjnych, skorelowanych z czterema schematami wnioskowania i wzbogaconymi o spójniki rozmyte. Warto podkreślić, że rozważane w rozprawie zagadnienia dotyczą ważnej i aktualnej tematyki, a rozprawa stanowi nie tylko udaną próbę uporządkowania stanu wiedzy, ale dostarcza wiele nowych interesujących wyników. Poniżej wypunktuję to, co można uznać za szczególnie istotny wkład własny Doktorantki w zakresie przedstawianej tematyki.

- 1) Najwięcej uwagi poświęcono sylogizmowi hipotetycznemu, a zwłaszcza równaniu (CRI-GHS), w którym  $T$  jest pewną t-normą, natomiast  $I$  implikacją rozmytą należącą do określonej klasy. W tym kontekście Doktorantka poszukiwała odpowiedzi na pytania, czy dla dowolnej takiej pary  $(T, I)$  spełnione jest równanie (CRI-GHS), bądź też jakie dodatkowe założenia odnośnie normy  $T$  są wymagane, by owe równanie było spełnione. Jako odpowiedź otrzymujemy szereg przykładów i twierdzeń, wśród których warto zwrócić szczególną uwagę na Twierdzenie 3.12, które okazuje się również przydatne w poszukiwaniu rozwiązań problemów poruszanych w dalszych rozdziałach, a dotyczących innych niż sylogizm hipotetyczny schematów wnioskowania.
- 2) Jakkolwiek t-normy są najczęściej stosowanymi uogólnieniami koniunkcji, Doktorantka w swych badaniach wykroczyła poza ów standard, rozważając i inne rozszerzenia. Przykładowo, w rozważaniach dotyczących nierówności (HS) oraz równania (BK-GHS) pojawiają się semikopuły.
- 3) Godne pochwały jest również to, że Doktorantka w swoich rozważaniach nie ograniczyła się wyłącznie do klasycznej reguły złożeniowej CRI Zadeha (ang. *Compositional Rule of Inference*), ale że zajęła się także mniej popularną regułą złożenia relacji rozmytych, zwaną iloczynem Bandlera-Kohouta.

Rozprawa doktorska mgr Katarzyny Miś nie jest, wolna od pewnych usterek i niedociągnięć, które wraz z uwagami o charakterze dyskusyjnym zamieszczam poniżej.

- a) We wstępie zabrakło jasnego postawienia hipotezy badawczej. Owszem, uczyniono to w sposób swoście „rozmyty”, co jednak nie pozwala czytelnikowi nakreślić jednoznacznie zasadniczego celu badań i stwierdzić, czy ów cel - mimo mnogości wyników - został osiągnięty.
- b) Rozprawa zawiera imponującą liczbę twierdzeń, stwierdzeń, wniosków i przykładów. Czyta się ją jednak dość ciężko. Być może powodem tego jest sama tematyka, a może właśnie brak przewodniej myśli nadającej kierunek i dynamikę narracji.
- c) Doktorantka używając słowa „niepewność” redukuje ów termin do nieprecyzyjności (ma to miejsce już na pierwszej stronie wstępu). Nie jest to poprawne, gdyż termin ów jest wieloznaczny (może być rozumiany w sensie aleatorycznym, bądź epistemicznym itd.). Nawet jeśli w danej pracy Autorka ogranicza się do jednej, wybranej, perspektywy postrzegania niepewności, powinna dać temu wyraz zauważając szerszy kontekst. Warto w szczególności zdawać sobie sprawę, że uogólnienie klasycznych schematów wnioskowania tak, aby mogły być wykorzystywane w warunkach niepewności, nie musi koniecznie być powiązane z dopuszczeniem spójników rozmytych (por., np., Sanfilippo G. et al., *Generalized Probabilistic Modus Ponens*, 2017).

- d) Rozdział 2, poświęcony wnioskowaniu przybliżonemu, został potraktowany trochę po macoszemu. Zaczyna go coś w rodzaju wstępu, który – choć zajmuje dwie i pół strony – nie został nawet uwzględniony w spisie treści, co z kolei może sugerować, iż wnioskowanie przybliżone sprowadza się wyłącznie do równań funkcyjnych. Rzecz jasna, z punktu widzenia meritum rozprawy, równania te odgrywają znaczącą rolę, ale w kontekście całościowego potraktowania pracy jest to zabieg dalece niewystarczający. Jako czytelnik rozprawy oczekiwałam w rozdziale zatytułowanym „Wnioskowanie przybliżone” choćby zarysu tytułowej tematyki ze wskazaniem jej specyfiki, metodologii, taksonomii oraz zasadniczych problemów i – dopiero na tym tle – umieszczenia rozważań prowadzonych w rozprawie.
- e) We wprowadzeniu do wnioskowania przybliżonego (str. 33) czytamy, iż „podstawowym terminem, na którym opiera się to wnioskowanie jest zmienna lingwistyczna (językowa)”, po czym Doktorantka dodaje – tytułem wyjaśnienia – że „nazwiemy tak zmienną, której wartości określamy opisując pewne wielkości, a nie podając dane liczbowe je charakteryzujące”. Niestety, nie jest to poprawna definicja zmiennej lingwistycznej w duchu Zadeha, którego pracę Doktorantka cytuje. Co więcej, sam fakt posługiwania się innymi danymi niż liczbowe nie oznacza, iż mamy do czynienia ze zmienną lingwistyczną.
- f) W tymże samym rozdziale 2 Doktorantka omawia pokrótce budowę rozmytego systemu wnioskowania, wspominając takie pojęcia jak baza danych, baza wiedzy czy aparat wnioskujący. Szkoda, że poprzedziła w tym miejscu li tylko na wskazaniu intuicji, a nie pokusiła się o zdefiniowanie tych pojęć w sensie formalnym, wyjaśniając, co to za obiekty matematyczne.
- g) Nie do końca satysfakcjonuje mnie również rozdział 8, robiący wrażenie niepogłębionego zlepku tematów. Rozdział ów zaczyna się od nieuwzględnionych w spisie treści rozważań (mimo, iż zajmują trzy i pół strony) o modelach, w których występuje wiele reguł i o wynikającej stąd potrzebie agregacji. Następnie Doktorantka radykalnie zmienia tematykę narracji i przechodzi do wnioskowania, w którym konstrukcja reguł odwołuje się po pojęcia podobieństwa. Tym samym rozdział robi wrażenie dołączonego nieco na siłę do rozprawy, która nie straciłaby pod względem walorów, gdyby został pominięty. Jednakże znalazł się w pracy, dotyczy interesującej problematyki (być może wartej osobnej dysertacji), ale pozostawia niedosyt.

A oto kilka uwag o charakterze redakcyjnym (pomijam przy tym ewidentne literówki oraz błędy interpunkcyjne):

- (i) Na stronie 18 znalazł się diagram, który nie został potraktowany w należyty sposób, tzn. nie został opatrzony numerem, jako rysunek, brak do niego jasnego odwołania w tekście oraz klarownego opisu.
- (ii) W tekście gdziegdzie pojawiają się niezręczności językowe. Z taką sytuacją mamy do czynienia np. w Definicji 1.63 (str. 31), gdy mowa o obrazie, podobrazie i nadobrazie zbioru. Zaczniemy od tego, że sam początek frazy „obrazem zbioru  $A$  przez relację rozmytą  $R...$ ” jest niezbyt udany, gdyż powinien brzmieć raczej jako „obrazem zbioru  $A$  wyznaczonym przez relację rozmytą  $R...$ ”. Ponadto, w dalszej części zdania pojawia się nieprawidłowa konstrukcja językowa „w oparciu o koniunkcję”. Innym błędem językowym spotykanym z rozprawie jest użycie frazy „przy pomocy” w miejscu, w którym powinno pojawić się „za pomocą” (np. na str. 39).
- (iii) Na stronie 5 oraz 35 zamieszczono cytaty z literatury anglojęzycznej w ich oryginalnym brzmieniu. Nie rozumiem dlaczego nie zostały one przetłumaczone na język polski, zwłaszcza że nie występuje w nich terminologia, której tłumaczenie sprawiałoby kłopot; nie niosą też one treści, co do których zachodziłaby obawa, iż zostałyby wypaczone na skutek niezbyt wiernego tłumaczenia.
- (iv) W niektórych miejscach przyjęto dalece niefortunne oznaczenia. Przykładowo, na str. 32 (i dalej) pojawiają się piętrowe oznaczenia relacji (np.  $R$  z daszkiem i umieszczoną nad nim literą), które rozbijają jednolitą strukturę redakcyjną tekstu. Z kolei na str. 33 Doktorantka proponuje nowe znaczenie dla literki „L”, jakby zapominając, że była już ona używana we wcześniejszych rozważaniach dotyczących krat. Z kolei na stronach 39, 40 i 41 w dziwny sposób umiejscowiono wyrażenia  $(C, I)$ ,  $(T, I)$  itp.
- (v) Niezbyt udanym zabiegiem redakcyjnym jest odwoływanie się w Przykładzie 3.7 (str. 45) do Twierdzenia 3.18, które pojawia się w rozprawie dopiero na stronie 53.
- (vi) Na str. 47 napotykamy niefortunne sformułowanie: „tworzy zupełną, zupełnie rozdzielną kratę”.

- (vii) Mimo stosowania wielorakiego systemu oznaczania wzorów (numery i sekwencje literowe) niektóre spośród nich są wielokrotnie powtarzane. Przykładowo: nierówność (HS) wraz z towarzyszącym jej oznaczeniem pojawia się na stronie 7, 41 i 43. Podobne powtórzenia mają miejsce w przypadku i innych równań i nierówności.

## 4 Podsumowanie

Wspomniane uwagi, zarówno te o charakterze merytorycznym, jak i redakcyjnym, nie mają istotnego wpływu na ostateczną, pozytywną ocenę pracy i nie umniejszają faktu, że **rozprawa doktorska mgr Katarzyny Miś wnosi znaczący wkład w rozwój nauk matematycznych.**

Tym samym uznaje, iż przedłożona rozprawa spełnia wymagania zdefiniowane w artykule 13. Ustawy z dnia 14 maja 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki, i wnoszę o dopuszczenie mgr Katarzyny Miś do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

